



COLEGIO NACIONAL NICOLÁS ESGUERRA
EDIFICAMOS FUTURO
PLAN DE MEJORAMIENTO SEGUNDO PERIODO
GRADO DECIMO
AREA DE MATEMATICAS
DOCENTES: GLORIA VALBUENA ADRIANA PACHON

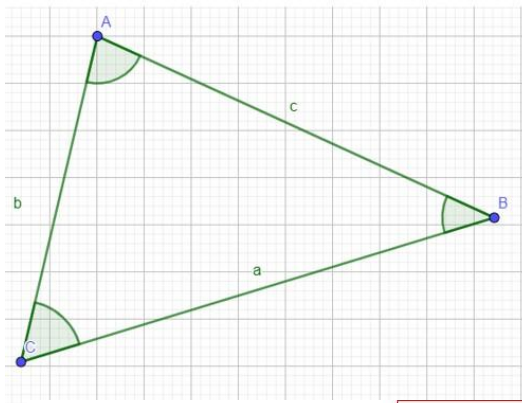
NOMBRE	CODIGO	GRADO
Recomendaciones		
1. Revisar los apuntes en el cuaderno		
2. Dominar los conceptos clave		
3. Consulta las dudas		
4. Practicar los ejercicios.		
5. Dedicar el tiempo necesario para realizar la guía.		
6. Realizar el taller en hojas examen con sus respectivos procedimientos.		

Realizar los ejercicios en hojas examen.

SOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS EMPLEANDO TEOREMA DEL SENO Y TEOREMA DEL COSENO

TEOREMA DEL SENO

En triángulos que no sean necesariamente rectángulos, se puede utilizar el teorema del seno para hallar cantidades desconocidas. El teorema expresa cantidades proporcionales entre sí:



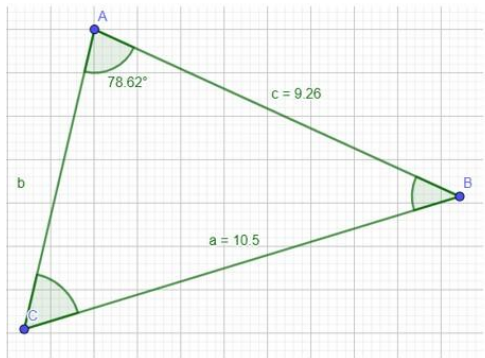
$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{sen}C}$$

Diagram showing the relationships derived from the Law of Sines:

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B}$$
$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{c}{\text{sen}C}$$
$$\frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{sen}C}$$

Ejemplo teorema del Seno

Se dan nombres a los elementos del triángulo, posteriormente se identifican parejas conocidas. En este caso lado **a** – ángulo **A** , el otro dato es el lado **c**. El proceso consiste en despejar el único valor faltante en la expresión elegida.



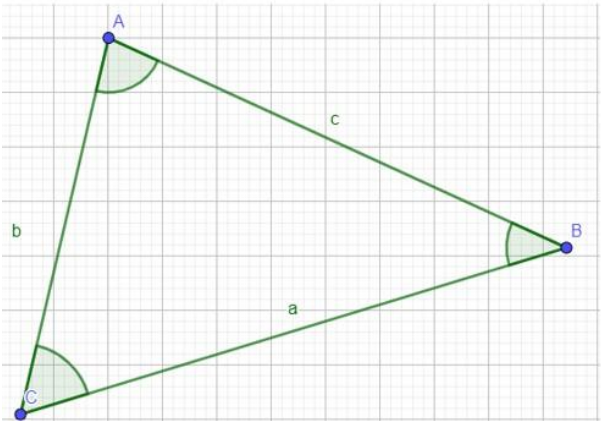
$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{c}{\text{sen}C}$$
$$\frac{10.5}{\text{sen}78.62^\circ} = \frac{9.26}{\text{sen}C}$$
$$\text{sen}C = \frac{9.26 \times \text{sen}78.62}{10.5}$$
$$\text{sen}C = 0.864566$$

$$C = \text{sen}^{-1}(0.864566) = 59.833225^\circ = 59^\circ 49' 59.72''$$

TEOREMA DEL

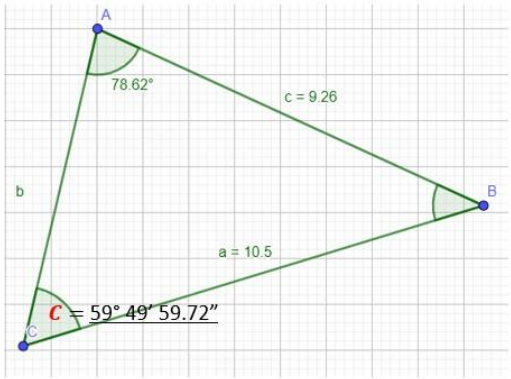
COSENO

En triángulos que no sean necesariamente rectángulos, se puede utilizar el teorema del COSENO para hallar cantidades desconocidas. El teorema expresa la relaciones entre un lado del triángulo, los otros dos lados y el ángulo comprendido entre ellos:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

Ahora buscamos las otras dos cantidades desconocidas en el triángulo, es decir, el lado **b** y el ángulo **B**.



En el paso anterior encontramos el valor de ángulo **C**:

$$C = 59^{\circ} 49' 59.72'' = 59.833225^{\circ}$$

Recordando que la suma de los ángulos internos de un triángulo suman 180° podemos hallar la medida del ángulo **B**

$$< A + < B + < C = 180^{\circ}$$

$$78.62^{\circ} + < B + 59.833225^{\circ} = 180^{\circ}$$

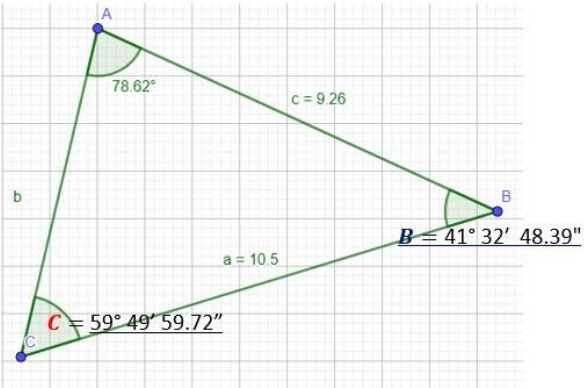
$$< B = 180^{\circ} - 78.62^{\circ} - 59.833225^{\circ}$$

$$< B = 180^{\circ} - 78.62^{\circ} - 59.833225^{\circ}$$

$$< B = 41.546775^{\circ} = 41^{\circ} 32' 48.39''$$

$$< B = 41^{\circ} 32' 48.39''$$

Solamente falta buscar la medida del lado **b**, para ello volvemos a plantear las proporciones denominadas teorema del seno.



$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B}$$

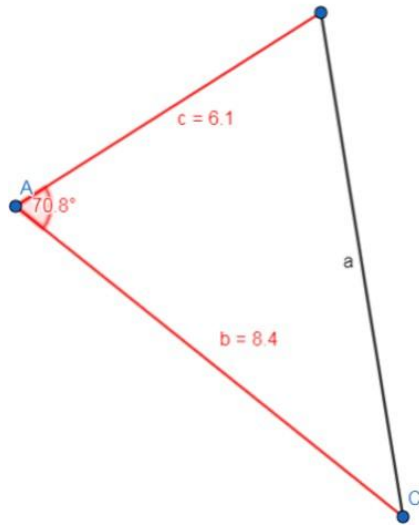
$$\frac{10.5}{\text{sen}78.62^{\circ}} = \frac{b}{\text{sen}41.546775^{\circ}}$$

$$\frac{10.5 \times \text{sen}41.546775^{\circ}}{\text{sen}78.62^{\circ}} = b$$

$$\frac{6.963928210372}{\text{sen}78.62^{\circ}} = b$$

$$7.103583 = b$$

TEOREMA DEL COSENO
Situación Típica 1



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

$$a^2 = 8.4^2 + 6.1^2 - 2 \cdot 8.4 \cdot 6.1 \cdot \cos 70.8^\circ$$

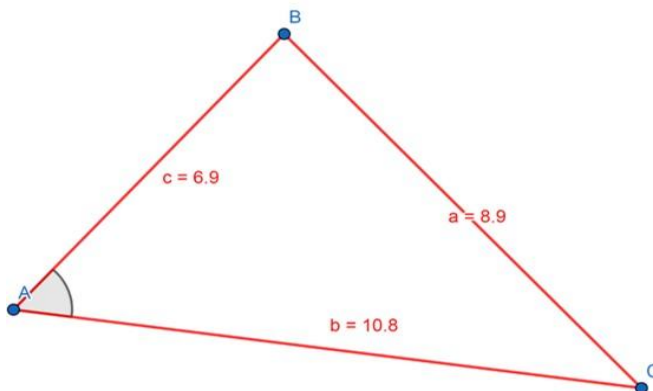
$$a^2 = 70.56 + 37.21 - 102.48 \cdot \cos 70.8^\circ$$

$$a^2 = 107.77 - 33.702254$$

$$a^2 = 74.067746$$

$$a = 8.606262$$

TEOREMA DEL COSENO
Situación Típica 2



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

$$8.9^2 = 10.8^2 + 6.9^2 - 2 \cdot 10.8 \cdot 6.9 \cdot \cos A$$

$$79.21 = 116.64 + 47.61 - 149.04 \cdot \cos A$$

$$79.21 - 116.64 - 47.61 = -149.04 \cdot \cos A$$

$$-85.04 = -149.04 \cdot \cos A$$

$$\frac{-85.04}{-149.04} = \cos A$$

$$0.57058507 = \cos A$$

$$\cos^{-1}(0.57058507) = A$$

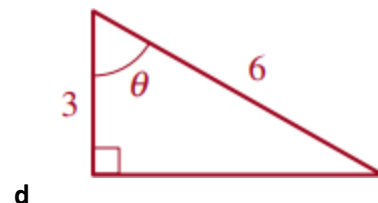
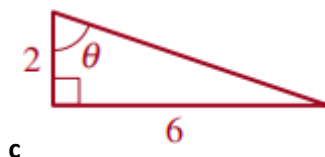
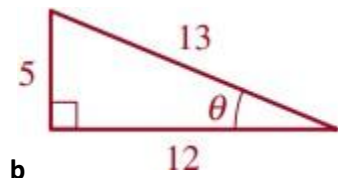
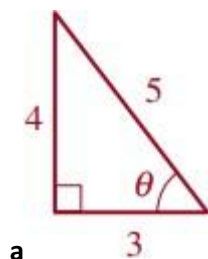
$$55.208964^\circ = A$$

$$55^\circ 12' 32.27'' = A$$

ACTIVIDAD

Solucionar los siguientes ejercicios mostrando los procedimientos que emplea de manera completa, entregarlos en hoja de examen o en el cuaderno.

- Para cada uno de los siguientes triángulos encontrar las seis razones trigonométricas:



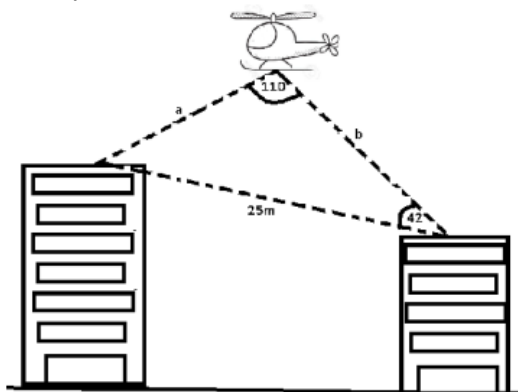
- En los siguientes problemas se proporciona información sobre triángulos rectángulos, con los datos dados construir el triángulo respectivo y hallar las razones trigonométricas faltantes.

a $\operatorname{sen} \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}, \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$

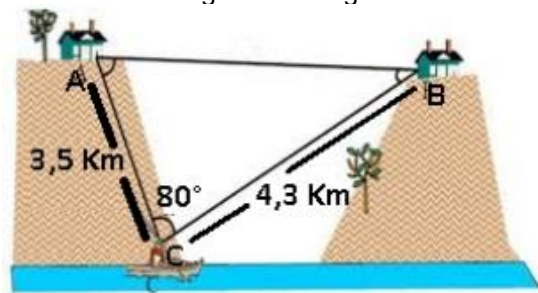
b $\operatorname{sen} \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}, \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$

c $\operatorname{sen} \theta = \frac{5}{\sqrt{26}}, \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{26}}$

- Un helicóptero vuela sobre dos edificios, de acuerdo con la imagen. Halle el ángulo faltante y la distancia del helicóptero a la terraza de cada edificio.



- Resuelva el triángulo en la siguiente situación

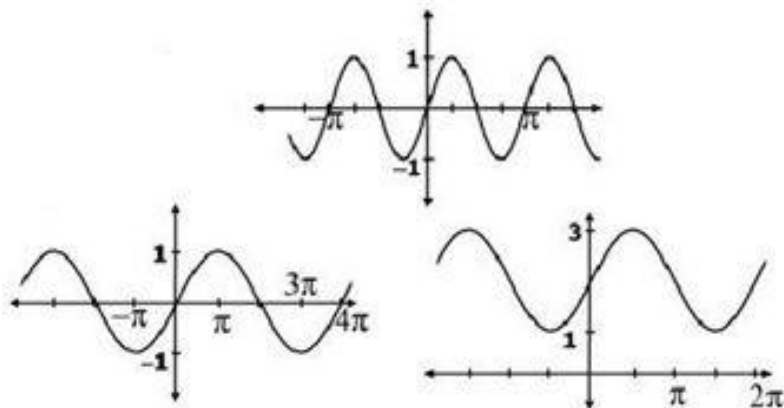


- Tres barcos A, B y C, están en alta mar. La distancia del barco A al barco B es de 2,5 Km. El Barco B al Barco C está a una distancia de 2 Km y la distancia del barco A y C es de 3 Km. Haga el dibujo de la situación y determine el valor de los tres ángulos.

FUNCIONES

Ubicar que grafico le corresponde a cada función

- a) $y = \text{sen}(2x)$
- b) $y = \text{sen}(1/2 x)$
- c) $y = \text{sen}(x) + 2$



2. Estudia y representa las siguientes funciones trigonométricas:

a) $y = \text{sen}(x)$

b) $y = 2\text{sen}(x)$

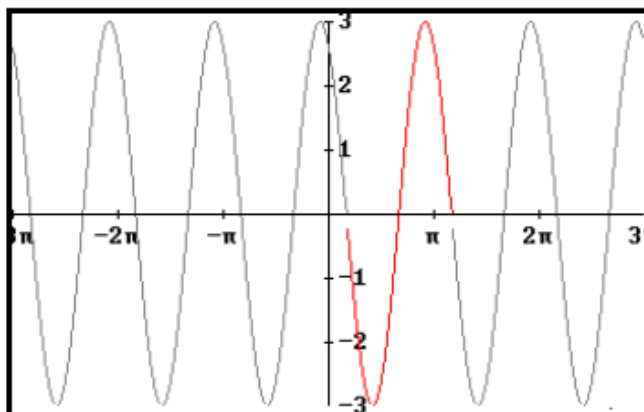
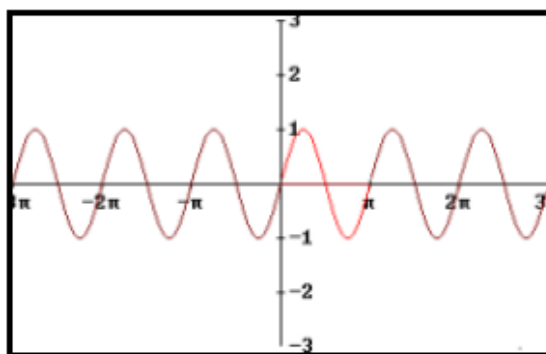
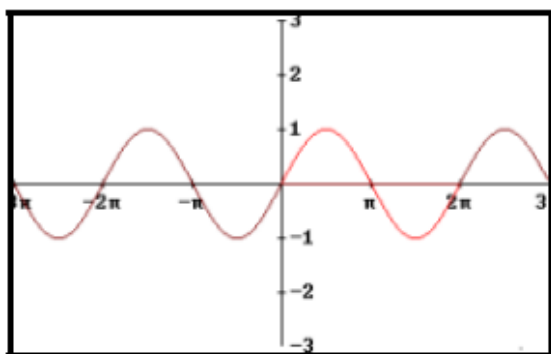
c) $y = -2\text{sen}(x)$

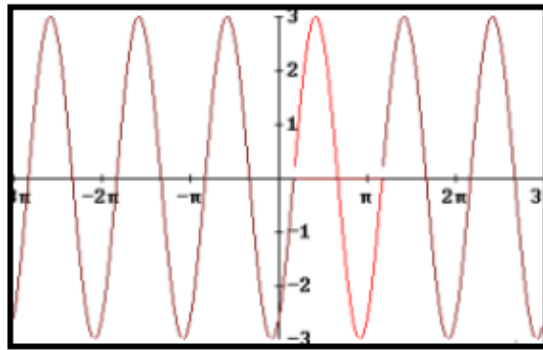
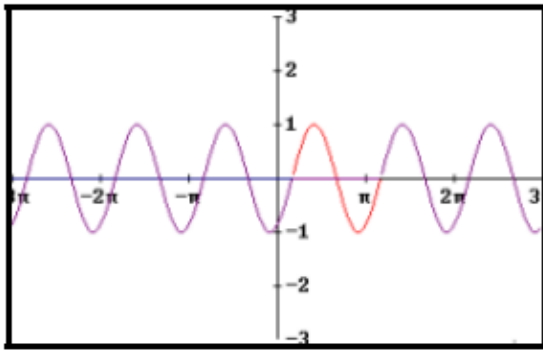
d) $y = \text{sen}(2x)$

e) $y = \text{sen}(x + 1/4\pi)$

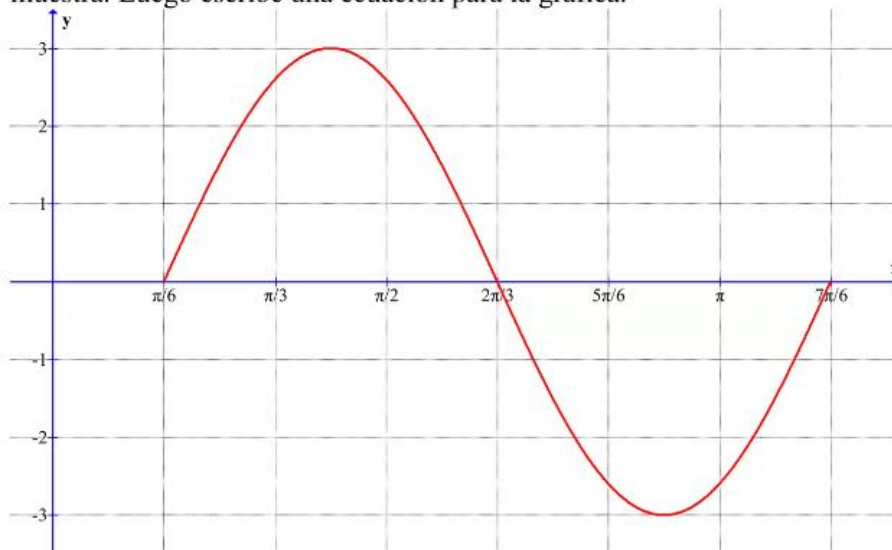
f) $y = \text{sen}(x) + 1$

3. Hallar las características de las siguientes funciones





6. Determina la amplitud, periodo y cambio de fase para la función de seno que se muestra. Luego escribe una ecuación para la gráfica.



ECUACIONES TRIGONOMETRICAS

Resuelve despejando la variable y localizando los valores en el círculo unitario Para $0 \leq x \leq 360^\circ$

1. $\tan^2 x - 3 = 0$
2. $2\cos x - 6 = -4$
3. $2\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$
4. $3\sin^2 x - \cos^2 x = 0$
5. $2\cos \theta - 3 = -5$
6. $2\sin x + 1 = 0$.
7. $2\sin 2\theta - 1 = 0$
8. $\tan x = \sqrt{3}$.
9. $\sin x + 4 = 5$
10. $\cos x = 5$

IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS

1. Simplificar la siguientes expresiones

$$\text{a)} \quad \cos^3 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\text{b)} \quad (1 + \sin \alpha) \cdot (1 - \sin \alpha)$$

$$\text{c)} \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$$

$$\text{d)} \quad \frac{\sin^2 \alpha \cdot (1 + \cos \alpha)}{1 - \cos \alpha}$$

$$\text{e)} \quad \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \cdot (1 - \sin \alpha)}$$

$$\text{f)} \quad \frac{\sec^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha - \sec^2 \alpha} + \frac{\cot^2 \alpha}{\cot^2 \alpha - 1}$$

2. Comprueba las siguientes identidades.

$$\text{a)} \quad \cot^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\text{b)} \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \cot \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$$

$$\text{c)} \quad \sin \alpha \cdot \sec \alpha = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\text{d)} \quad (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\text{e)} \quad \operatorname{tg} \alpha + \cot \alpha = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha$$

$$\text{f)} \quad \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$